

Републичко такмичење из математике ученика медицинских школа

Мај 2012

МАТЕМАТИКА IV разред

Тест садржи 10 задатака. Време за њихово решавање је 180 минута. У задацима је понуђено више одговора од којих је само један тачан. Тачан одговор може бити и одговор "међу понуђеним одговорима нема тачног". Тачан одговор доноси број бодова који је назначен у загради поред сваког задатка. Заокруживање више одговора се не бодује. Исправке у одговорима се не признају.

Пуно успеха у решавању задатака.

1. [8] У једнакокракоправоугли троугао чије су катете дужине a , уписан је правоугаоник максималне површине, тако да му једна страница припада хипотенузи, а преостала два темена катетама троугла. Дијагонала тог правоугаоника је дужине:

А) $\frac{a\sqrt{10}}{4}$;

Б) $\frac{a}{2}$;

В) $\frac{2a}{3}$;

Г) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$;

Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

2. [8] Производ свих решења једначине $3^{(\log_3 x)(\log_7 x)} + x^{\log_7 x} = 4802$ је:

А) 3;

Б) 7;

В) 49;

Г) 1;

Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

3. [9] Размера у којој треба помешати раствор који садржи 70% алкохола са раствором који садржи 95% алкохола, да би се добио раствор који садржи 75% алкохола је:

А) 1 : 2;

Б) 2 : 1;

В) 3 : 1;

Г) 4 : 1;

Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

4. [9] Ако је $\sin x + \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, онда је вредност израза $(1 - \cos 2x)(\operatorname{tg} \frac{x}{2} - \operatorname{ctg} \frac{x}{2})$ једнака:

А) $-\frac{1}{2}$;

Б) 1;

В) $-\frac{1}{8}$;

Г) $\frac{1}{2}$;

Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.

5. [10] Количник геометријског реда чији је сваки члан седам пута већи од збира свих следећих чланова је:
- А) $\frac{1}{2}$;
 Б) $\frac{1}{6}$;
 В) $\frac{1}{7}$;
 Г) $\frac{1}{8}$;
 Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.
6. [10] Збир коефицијената полинома трећег степена $P(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$, који задовољава једначину $(x - 2)P(x + 1) - 4x^3 + 8x^2 - 4 = xP(x - 1)$ је:
- А) -4 ;
 Б) -2 ;
 В) -1 ;
 Г) 1 ;
 Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.
7. [11] Збир свих решења једначине $1 + \sin 8x = 2 \sin^2 2x$ на интервалу $[0, \frac{\pi}{2}]$ је:
- А) $\frac{5\pi}{4}$;
 Б) $\frac{\pi}{2}$;
 В) $\frac{3\pi}{4}$;
 Г) π ;
 Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.
8. [11] Производ свих рационалних чланова у развоју бинома $(\frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt[3]{3})^{12}$ је:
- А) $\frac{308}{9}$;
 Б) $\frac{163}{243}$;
 В) $\frac{1}{9}$;
 Г) $\frac{1}{27}$;
 Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.
9. [12] Један од кругова који додирује праве $4x + 3y - 4 = 0$, $4x - 3y - 4 = 0$ и $x + 1 = 0$ је:
- А) $(x - 1)^2 + (y - \frac{10}{3})^2 = 4$;
 Б) $(x - 2)^2 + y^2 = 9$;
 В) $x^2 + (y - \frac{1}{3})^2 = 1$;
 Г) $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 16$;
 Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.
10. [12] Нека су (a_n) и (b_n) два аритметичка низа и нека редом, S_n и σ_n означавају суме првих n чланова тих низова. Ако је $(9n - 6)S_n = (5n + 19)\sigma_n$, онда је $\frac{a_{12}}{b_{12}}$ једнако:
- А) $\frac{2}{3}$;
 Б) $\frac{3}{4}$;
 В) $\frac{6}{7}$;
 Г) $\frac{7}{8}$;
 Д) међу понуђеним одговорима нема тачног.